

Probabilità 2 (PS2)

Problema

Sia $\{X_1, X_2, \dots, X_n, \dots\}$ una successione di v.a. indipendenti e uniformemente distribuite in $[0, 1]$. Sia $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, ed N il primo intero ≥ 1 per cui si abbia $S_N \geq 1$. La v.a. N assume solo valori interi ≥ 1 , ed è il tempo (discreto) di primo passaggio di S_n oltre la barriera $x = 1$.

- (i) Mostrare che $P(N > n) = \frac{1}{n!}$
- (ii) servirsi di (i) per mostrare che $P(N = n) = \frac{n-1}{n!}$
- (iii) utilizzando l'esercizio 1, mostrare che $E(N) = e$, dove e è il numero di Nepero
- (iv) mostrare che $var(N) = e(3 - e)$.